Lucrarea 5

Limbajul de programare al roboților Eshed Robotec: ACL

Programarea deplasării punctului caracteristic al robotului pe o traiectorie descrisă de o ecuație algebrică

Scopul lucrării:

Lucrarea de laborator prezintă etapele necesare programării robotului astfel încât punctul său caracteristic să se deplaseze pe o traiectorie descrisă de o ecuație algebrică. Curba descrisă de ecuație poate fi o porțiune dintr-o linie, parabolă, sinusoidă, cosinusoidă etc şi este exprimată în raport cu coordonatele carteziene ale robotului. În lucrare se mai propun programe care utilizează instrucțiunile PEND şi POST. Acestea sunt necesare în sincronizarea succesiunii execuției a două programe dacă acestea rulează simultan.

Etapele necesare programării robotului pentru deplasarea pe o traiectorie parabolică

- Se va deplasa robotul ER-VII şi ERV+, prin comandă de la panoul de învățare (teach pendant), într-o poziție convenabilă a spațiului să de lucru;
- În ecranul ATS al monitorului se va defini un vector de poziție <pvect>[3] prin comanda DIMP <pvect>[3], unde <pvect> va fi numele vectorului de poziție (nume trebuie sa fie diferit de CIM);
- Se va învăța această poziție cu intrucțiunea HERE <pvect>[1];
- Se va deplasa convenabil punctul caracteristic al robotului în poziția <pvect>[2], prin selectarea de la panoul de învățare a tastei XYZ, numai în planul YOZ (utilizarea exclusivă a tastelor Y+ sau Y- şi Z+ sau Z-);
- Se va învăța această poziție cu instrucțiunea HERE <pvect>[2];
- Se procedează la fel pentru învățarea poziției robotului <pvect>[3];
- Prin utilizarea instrucțiunii LISTPV <pvect>[1], <pvect> [2] şi <pvect>[3], se vor înregistra de pe ecranul calculatorului valorile coordonatelor carteziene ale celor 3 poziții, astfel:

    1:…. 2:….. 3:…… 4:…… 5:…….

    X:x1 Y: y1 Z: z1 P: p1 R: r1

În figura 5.1 se prezintă situarea relativă, în raport cu sistemul de referință ataşat robotului ER VII, a celor 3 poziții care determină o curbă parabolică unică.

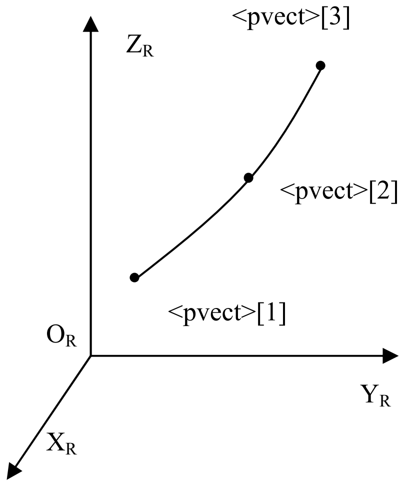

Figura 5.1 Situarea relativă a pozițiilor robotului <pvect>[1], [2], [3] în spațiul său de lucru, în planul Y_R O_R Z_R

Pentru descrierea unei linii în planul yOz se vor prelua coordonatele a 2 poziții ale robotului.

Fie y_1, z_1 coordonatele carteziene ale poziției <pvect>[1], y_2, z_2 coordonatele carteziene ale poziției <pvect>[2], y_3, z_3 coordonatele carteziene ale poziției <pvect>[3], cu ajutorul cărora se vor determina coeficienții ecuației: $z=ay^2+by+c$ (5.1) astfel:

$z_1=ay^2{}_1+by_1+c$

$z_3=ay^2{}_2+by_2+c$

$z_3=ay^2{}_3+by_3+c$

prin rezolvarea sistemului de 3 ecuații omogene cu 3 necunoscute a, b, c se obțin soluțiile:

$$a=\frac{\begin{bmatrix} z_1 & y_1 & 1 \\ z_2 & y_2 & 1 \\ z_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} y^2{}_1 & y_1 & 1 \\ y^2{}_2 & y_2 & 1 \\ y^2{}_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}};\ b=\frac{\begin{bmatrix} y^2{}_1 & z_1 & 1 \\ y^2{}_2 & z_2 & 1 \\ y^2{}_3 & z_3 & 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} y^2{}_1 & y_1 & 1 \\ y^2{}_2 & y_2 & 1 \\ y^2{}_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}};\ c=\frac{\begin{bmatrix} y^2{}_1 & y_1 & z_1 \\ y^2{}_2 & y_2 & z_2 \\ y^2{}_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} y^2{}_1 & y_1 & 1 \\ y^2{}_2 & y_2 & 1 \\ y^2{}_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}} \qquad (5.2)$$

- După determinarea valorilor numerice ale coeficienților ecuației (5.1) se calculează pasul indexării pentru coordonata carteziană Y_R astfel:

  Pas=$(y_3-y_1)/10$ pentru 10 poziții "via" ai traiectoriei continui descrise de ecuația (5.1);

- Se va edita programul de calcul a punctelor "via" ale traiectoriei continui:

  Program <progr1>

  DEFINE YA ZA I d

  SET YA=y_1 valoarea inițială a variabilei YA

  FOR I=1 TO 10 începutul buclei de repetiție

  SET ZA=YA*YA începutul calculului valorilor coordonatelor ZA din ecuația (1)

  SET ZA=ZA*a (dacă a este un număr real, se va utiliza valoarea întreagă din a, de exemplu:

  a=-234,45, a=-23445 și apoi se va introduce o linie suplimentară în program:

SET ZA=ZA/100 sau a=-0.4563, a=-4563 SET ZA=ZA/10000)

SET d=YA*b

SET ZA=ZA+d

SET ZA=ZA+c calculul valorii numerice a lui ZA s-a încheiat

PRINTLN I

PRINT YA ZA afisarea pe ecran a rezultatelor calculelor realizate de către operatorul aritmetic ENDFOR al controlerului

- Se va rula programul <progr1> şi se vor verifica valorile numerice ale lui YA ZA, dacă corespund cu valorile numerice ale lui y_1, z_1, y_2, z_2, y_3, z_3;
- Programul <progr1> se va completa cu următoarele linii, după ultima linie cu instrucțiunea PRINT:

DIMP <pvect1>[10] definirea vectorului de poziții <pvect1>[10], poziții "via" ale traiectoriei curbilinii

HERE <pvect>[I]

SETPVC <pvect1>[I] x x_1 atribuirea valorii numerice x_1 coordonatei x a poziției <pvect>[I]

SETPVC <pvect1>[I] y YA

SETPVC <pvect1>[I] z ZA

SETPVC <pvect1>[I] P p_1

SETPVC <pvect1>[I] R r_1

DELAY 100

- Se va rula <progr1> în noua variantă şi se va urmări dacă apar mesaje de eroare în urma execuției programului;
- Se va edita programul <progr2> de comandă a mişcării propriu-zise a robotului în pozițiile deteminate prin calcul;

Programul <progr2>

SPEED 10

MOVED <pvect>[1]

MOVES <pvect> 1 10

MOVELD <pvect>[1].

Pentru o traiectorie liniară (în planul xOy) se procedează similar, cu mențiunea că se notează cu x_1, y_1 coordonatele x şi y a primului punct de pe linie şi cu x_2, y_2, coordonatele celui de-al doilea punct al liniei.

Ecuația care descrie linie ce trece prin cele două puncte este:

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) \qquad (5.3)$$

Exemple de programe care utilizează instrucțiunile PEND şi POST

Să se scrie două programe care să ruleze simultan şi continuu astfel încât să se aprindă becul verde de la stația de lucru 1 (comandat prin ieşirea de la controler OUT[1]), să stea aprins 2 secunde şi apoi să se stingă, să stea stins 2 secunde şi apoi ciclul de funcționare să se reia.

```
Programul <stinge>
GLOBAL <var1>
LABEL 1
SET <var1>=0
PEND <var2> FROM <var1>
SET OUT[<var2>]=0
DELAY 200
GOTO 1
```

```
Program <aprinde>
GLOBAL <var2>
GLOBAL <var3>
LABEL 1
        SET <var3>=1
SET OUT[<var3>]=1
DELAY 200
        POST <var3> TO <var1>
GOTO 1
```

Să se scrie două programe care să ruleze simultan astfel încât robotul ER VII să ia paleta din postul de aşteptare al stației de lucru 1 şi să o depună pe cărucior numai atunci când a sosit un cărucior în stația de oprire. Pozițiile necesare ale robotului sunt: CIM[1] paleta în postul de aşteptare, CIM[11] poziție deasupra poziției CIM[1], CIM[9] paleta pe cărucior, CIM[19] poziție deasupra poziției CIM[9]. Semnalele de interblocare necesare preluării paletei de pe postul de aşteptare şi depunerii pe cărucior sunt: IN[1] sau IN[2] sau IN[3] sau IN[4]=1, eliberarea căruciorului din stația de oprire este OUT[6]=1.

Temă: pentru un set de valori preluat de la robotul ER V+ sau ER VII cu LISTPV POSITION, pornind de la valorile X,Y, Z se vor valcula unghiurile de rotație θ_1, θ_2, θ_3. Relațiile şi explicațiile sunt prezentate în anexa lucrării 5.

Anexă la lucrarea 5

Modelul matematic al problemei poziționale inverse a unui robot

Se prezintă etapele şi formulele de calcul ale problemei poziționale inverse[1] pentru roboții ER V+ şi ER VII.

Date de intrare (parametrii dimensionali ai elementelor robotului şi rapoartele de transmitere) pentru fiecare axă comandată a roboților sunt date în tabelul 4.1, anexa la lucrarea 4.

Etapele de calcul ale problemei poziționale inverse a robotului ER V+ şi ER VII

1. **Calculul xyM şi a lui θ_1**

$xy_M = \sqrt{x_M{}^2 + y_M{}^2}$, $\theta_1^1 = a\tan\left(\dfrac{y_M}{x_M}\right)$, unde:

Cadranul	Dacă …	Atunci…
I	$x_M>0,\ y_M>0$	$\theta_1=\theta_1^1$
II	$x_M>0,\ y_M<0$	$\theta_1=\theta_1^1$+pi()
III	$x_M<0,\ y_M<0$	$\theta_1=\theta_1^1$+pi()
IV	$x_M<0,\ y_M>0$	$\theta_1=\theta_1^1$+2*pi()

2. **Ecuațiile de determinare a unghiurilor θ_2 şi θ_3**

Se porneşte de la ecuațiile lui xy_M şi z_M prezentate în anexa lucrării 4.

$$xyM = offx + lung2 \cdot \cos(\theta_2) + lung3 \cdot \cos(\theta_3) + lung4 \cdot \cos(\theta_4)$$
$$z_M = offz + lung2 \cdot \sin(\theta_2) + lung3 \cdot \sin(\theta_3) + lung4 \cdot \sin(\theta_4)$$

Din ecuațiile de mai sus, se notează cu A, B şi se calculează A, B astfel:

$$A = xyM - offx - lung4 \cdot \cos(\theta_4)$$
$B = z_M - offz - lung4 \cdot \sin(\theta_4)$; θ_4 este unghiul P.

In consecință, sistemul de ecuații din care se calculează θ_2 şi θ_3, sunt:

$$A = lung2 \cdot \cos(\theta_2) + lung3 \cdot \cos(\theta_3) \qquad (5.1)$$
$$B = lung2 \cdot \sin(\theta_2) + lung3 \cdot \sin(\theta_3)$$

Se explicitează $\cos(\theta_2)$ din prima ecuație şi $\sin(\theta_2)$ din adoua ecuație a sistemului şi se obține:

$$\cos(\theta_2) = \frac{A - l_3 \cdot \cos(\theta_3)}{l_2}$$

[1] Problema pozițională inversă a roboților: se dau coordonatele carteziene x_M, y_M, z_M ale punctului caracteristic M ataşat efectorului final al robotului, P_M unghiul de rotație Pitch a mecanismului de orientare față de planul orizontal, parametrii dimensionali ai structurii mecanice a robotului (lungimi de elemente şi offset-uri) şi trebuie să se calculeze variabilele de mişcare în axele comandate ale robotului (θ_i).

$$\sin(\theta_2) = \frac{B - l_3 \cdot \sin(\theta_3)}{l_2}$$

Se ridică la pătrat şi se adună ecuaţiile; se obţine:

$$a \cdot \sin(\theta_3) + b \cdot \cos(\theta_3) = C, \tag{5.2}$$

unde $a = 2 \cdot B \cdot l_3$; $b = 2 \cdot A \cdot l_3$; $C = A^2 + B^2 - {l_2}^2 - {l_3}^2$

Se calculează r şi φ astfel încât $a = r \cdot \cos(\varphi)$ şi $b = r \cdot \sin(\varphi)$:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},\ \varphi = a\tan\left(\frac{b}{a}\right).$$

Inlocuind pe a şi pe b în ecuaţia 5.2, se obţine:

$$r \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta_3) + r \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta_3) = C \Rightarrow \sin(\theta_3 + \varphi) = \frac{C}{r} \Rightarrow \theta_3 = a\sin\left(\frac{C}{r}\right) - \varphi$$

In concluzie, se calculează:

$$\theta_3 = a\sin\left(\frac{A^2 + B^2 - {l_2}^2 - l_3}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - a\tan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Se ridică la pătrat ecuaţiile 5.1 şi se adună, se obţine:

$2 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) + 2 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) = A^2 + B^2 - {l_2}^2 - {l_3}^2$, adică

$\cos(\theta_2 - \theta_3) = \left(\dfrac{A^2 + B^2 - {l_2}^2 - {l_3}^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}\right)$, de unde rezultă

$$\theta_2 = a\cos\left(\frac{A^2 + B^2 - {l_2}^2 - {l_3}^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}\right) + \theta_3.$$

Se compară valorile obţinute cu relaţiile de mai sus cu valorile obţinute din relaţiile:

Unghiul de calcul θ_i (i=1-4)	**Robotul ER V+**	**Robotul ER VII**
θ_1	$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1$ $\Delta\theta_1 = \dfrac{(imp1)}{\dfrac{(par33)}{90^\circ}}$	$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1$ $\Delta\theta_1 = \dfrac{(imp1)}{\dfrac{(par33)}{90^\circ}}$
θ_2	$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2$ $\Delta\theta_2 = \dfrac{(imp2)}{\dfrac{(par34)}{90^\circ}}$	$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2$ $\Delta\theta_2 = \dfrac{(imp2)}{\dfrac{(par34)}{90^\circ}}$
θ_3	$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3$ $\Delta\theta_3 = \dfrac{(imp3)}{\dfrac{(par35)}{90^\circ}}$	$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2$ $\Delta\theta_3 = \dfrac{(imp3)}{\dfrac{(par35)}{90^\circ}}$
θ_4	$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4$	$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4 + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2$

	$\Delta\theta_4 = \dfrac{imp4 - imp5}{\dfrac{par36}{90^\circ}}$	$\Delta\theta_4 = \dfrac{(imp4)}{\dfrac{(par36)}{90^\circ}}$

Transformarea numărului de impulsuri în grade sexazecimale (deg) de rotație în axele comandate ale robotului:

Exemplul 1:

Fie par 34=-23040 al robotului ER VII şi numărul de impulsuri al axei 2, 2: -1653, imp2=-1653.

Se calculează cu regula de trei simplă gradele corespunzătoare celor 1653 impulsuri înregistrate:

$$\Delta\theta_2 = \frac{(imp2)}{\frac{(par34)}{90^\circ}} = \frac{(-1653)}{\frac{(-23040)}{90^\circ}} = \frac{(-1653)}{(-256)} = 6.45703125^\circ$$

Exemplul 2: Fie par 36= 5022 al robotului ER V+, numărul de impulsuri al axei 4 este, 4: -761, imp4=-761 şi respectiv al axei 5 este 5: 661, imp5=661. Se calculează unghiul de rotație al axei 4 corespunzător numărului de impulsuri înregistrate de traductoarele de poziție 4 şi 5:

$$\Delta\theta_4 = \frac{imp4 - imp5}{\frac{par36}{90^\circ}} = \frac{-761 - 661}{\frac{5022}{90^\circ}} = \frac{-1422}{55,8} = 25,48^\circ .$$

Pentru axele comandate 1-4 ale roboților se calculează unghiurile de rotație corespunzătoare numărului de impulsuri înregistrate de traductoarele de poziție, adică se calculează $\Delta\theta_1$ $\Delta\theta_2$ $\Delta\theta_3$ şi $\Delta\theta_4$.

2. Calculul unghiurilor dintre o paralelă la dreapta orizontală din planul Oxy al sistemului de referință ataşat bazei robotului şi axa de simetrie a fiecărui element 1-4.

Unghiul de calcul θ_i (i=1-4)	Robotul ER V+	Robotul ER VII
θ_1	$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1$	$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1$
θ_2	$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2$	$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2$
θ_3	$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3$	$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2$
θ_4	$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4$	$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4 + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2$

3. Calculul coordonatelor carteziene ale punctului caracteristic ale robotului M.

$$xyM = offx + lung2 \cdot \cos(\theta_2) + lung3 \cdot \cos(\theta_3) + lung4 \cdot \cos(\theta_4)$$

unde xyM este ipotenuza triunghiului dreptunghic, în care catetele triunghiului sunt x_M şi y_M.

$$x_M = xyM \cdot \cos(\theta_1)$$
$$y_M = xyM \cdot \sin(\theta_1)$$
$$z_M = offz + lung2 \cdot \sin(\theta_2) + lung3 \cdot \sin(\theta_3) + lung4 \cdot \sin(\theta_4) .$$

4. Exemplu numeric la ER V+

Fie o poziție a robotului, în care prin LISTPV POSITION, am obținut:

1: -10101	2: 1064	3: -1210	4: -618	5: 618
X: 522	Y:-1532	Z: 4666	P:-857	R:0

1. Se calculează unghiurile $\Delta\theta_i$ (i=1-4), astfel:

$$\Delta\theta_1 = \frac{(imp1)}{\frac{(par33)}{90}} = \frac{(-10101)}{\frac{(12770)}{90}} = \frac{(-10101)}{(141.8889)} = -71.18950108^\circ$$

$$\Delta\theta_2 = \frac{(imp2)}{\frac{(par34)}{90}} = \frac{(1064)}{\frac{(-10216)}{90}} = \frac{(1064)}{(-113.511)} = -9.37354089^\circ$$

$$\Delta\theta_3 = \frac{(imp3)}{\frac{(par35)}{90}} = \frac{(-1210)}{\frac{(10216)}{90}} = \frac{(-1210)}{(113.511)} = -10.65600479^\circ$$

$$\Delta\theta_4 = \frac{imp4 - imp5}{\frac{par36}{90^\circ}} = \frac{-618-618}{\frac{5022}{90^\circ}} = \frac{-1236}{55{,}8} = -22.15053763^\circ$$

2. Se determină prin calcul unghiurile de calcul θ_i (i=1-4).

$$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1 = 0 - 71.18950108 = -71.18950108^\circ$$

$$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2 = 120.2555 - 9.37354089 = 110.8819^\circ$$

$$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3 = 25.25271 - 10.65600479 = 14.59671^\circ$$

$$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4 = 296.4 - 22.15053763 = 274.2495^\circ$$

3. Calculul coordonatelor carteziene ale punctului M

$$xyM = offx + lung2\cdot\cos(\theta_2) + lung3\cdot\cos(\theta_3) + lung4\cdot\cos(\theta_4) =$$
$$= 16 + 221\cdot\cos(110.8819) + 221\cdot\cos(14.59671) + 145\cdot\cos(274.2495) =$$
$$= 16 + 221\cdot(-0.35644343) + 221\cdot 0.967723648 + 145\cdot 0.074099229 = 161.8373$$

$$x_M = xyM\cdot\cos(\theta_1) = 161.8373\cdot\cos(-71.1895) = 161.8373\cdot 0.322439154 = 52.18269$$

$$y_M = xyM\cdot\sin(\theta_1) = 161.8373\cdot\sin(-71.1895) = 161.8373\cdot(-0.94659019) = -153.194$$

$$z_M = offz + lung2\cdot\sin(\theta_2) + lung3\cdot\sin(\theta_3) + lung4\cdot\sin(\theta_4) =$$
$$= 349 + 221\cdot\sin(110.8819) + 221\cdot\sin(14.59671) + 145\cdot\sin(274.2495) =$$
$$= 349 + 221\cdot 0.934316904 + 221\cdot 0.252013773 + 145\cdot(-0.99725087) = 466.5777$$

În concluzie:

x_M=52.18269

y_M=-153.194

z_M=466.5777 valori obținute prin calcul. Rotunjind la zecimi de mm valorile obținute prin calcul, avem: x_M=52.2; y_M=-153.2; z_M=466.6.

Din controlerul robotului s-a obținut:

x_M=52.2

y_M=-153.2

z_M=466.6. Controlerul robotului calculează valorile numerice ale coordonatelor carteziene ale punctului M în zecimi de mm, ceea ce coincide perfect cu valorile numerice calculate.

5. Exemplu numeric la ER VII.

Fie o poziție a robotului, în care prin LISTPV POSITION, am obținut:

1: 4126	2: 3017	3: -1492	4:-1577	5: 569
X: 7297	Y:1741	Z: 4411	P:-147	R:-148

4. Se calculează unghiurile $\Delta\theta_i$ (i=1-4), astfel:

$$\Delta\theta_1 = \frac{(imp1)}{\frac{(par33)}{90}} = \frac{(4126)}{\frac{(23040)}{90}} = \frac{(4126)}{(256)} = 16.1171875^\circ$$

$$\Delta\theta_2 = \frac{(imp2)}{\frac{(par34)}{90}} = \frac{(3017)}{\frac{(-23040)}{90}} = \frac{(3017)}{(-256)} = -11.78515625^\circ$$

$$\Delta\theta_3 = \frac{(imp3)}{\frac{(par35)}{90}} = \frac{(-1492)}{\frac{(23040)}{90}} = \frac{(-1492)}{(256)} = -5.828125^\circ$$

$$\Delta\theta_4 = \frac{imp4}{\frac{par36}{90^\circ}} = \frac{-1577}{\frac{28800}{90^\circ}} = \frac{-1577}{320} = -4.928125^\circ$$

5. Se determină prin calcul unghiurile de calcul θ_i (i=1-4).

$$\theta_1 = \theta_{10} + \Delta\theta_1 = -2.835 + 16.1171875 = 13.2821875^\circ$$

$$\theta_2 = \theta_{20} + \Delta\theta_2 = 45.6 - 11.78515625 = 33.81484375^\circ$$

$$\theta_3 = \theta_{30} + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2 = 10.7 - 5.828125 - 11.78515625 = -6.91328125^\circ$$

$$\theta_4 = \theta_{40} + \Delta\theta_4 + \Delta\theta_3 + \Delta\theta_2 = 7.5 - 4.928125 - 5.828125 - 11.78515625 = -15.04140625^\circ$$

6. Calculul coordonatelor carteziene ale punctului M

$$xyM = offx + lung2\cdot\cos(\theta_2) + lung3\cdot\cos(\theta_3) + lung4\cdot\cos(\theta_4) =$$

$$= 50 + 300\cdot\cos(33.81484375^\circ) + 250\cdot\cos(-6.91328125^\circ) + 210\cdot\cos(-15.04140625^\circ) =$$

$$= 50 + 300\cdot(0.830840321) + 250\cdot 0.992729467 + 210\cdot 0.965738532 = 750.2396$$

$$x_M = xyM\cdot\cos(\theta_1) = 750.2396\cdot\cos(13.2821875) = 750.2396\cdot 0.973250345 = 729.7561$$

$$y_M = xyM\cdot\sin(\theta_1) = 750.2396\cdot\sin(13.2821875) = 750.2396\cdot(0.229747178) = 174.1134$$

$$z_M = offz + lung2\cdot\sin(\theta_2) + lung3\cdot\sin(\theta_3) + lung4\cdot\sin(\theta_4) =$$

$$= 358.5 + 300\cdot\sin(33.81484375) + 250\cdot\sin(-6.91328125) + 210\cdot\sin(-15.04140625) =$$

$$= 358.5 + 300\cdot 0.556510882 + 221\cdot(-0.12036696) + 145\cdot(-0.25951703) = 440.8629$$

În concluzie:
x_M=729.7561
y_M=174.1134
z_M=440.8629, valori obținute prin calcul. Valorile numerice rotunjite la zecimi de mm sunt: x_M=729.8
y_M=174.1
z_M=440.9
Din controlerul robotului s-a obținut:
x_M=729.7
y_M=174.1
z_M=441.1. Comparând valorile calculate cu cele afişate ale controlerului robotului se obțin erori: ε_x=729.8-729.7=0.1; ε_y=174.1-174.1=0; ε_z=440.9-441.1= -0.2, valori acceptabile din punctul de vedere al preciziei de calcul.